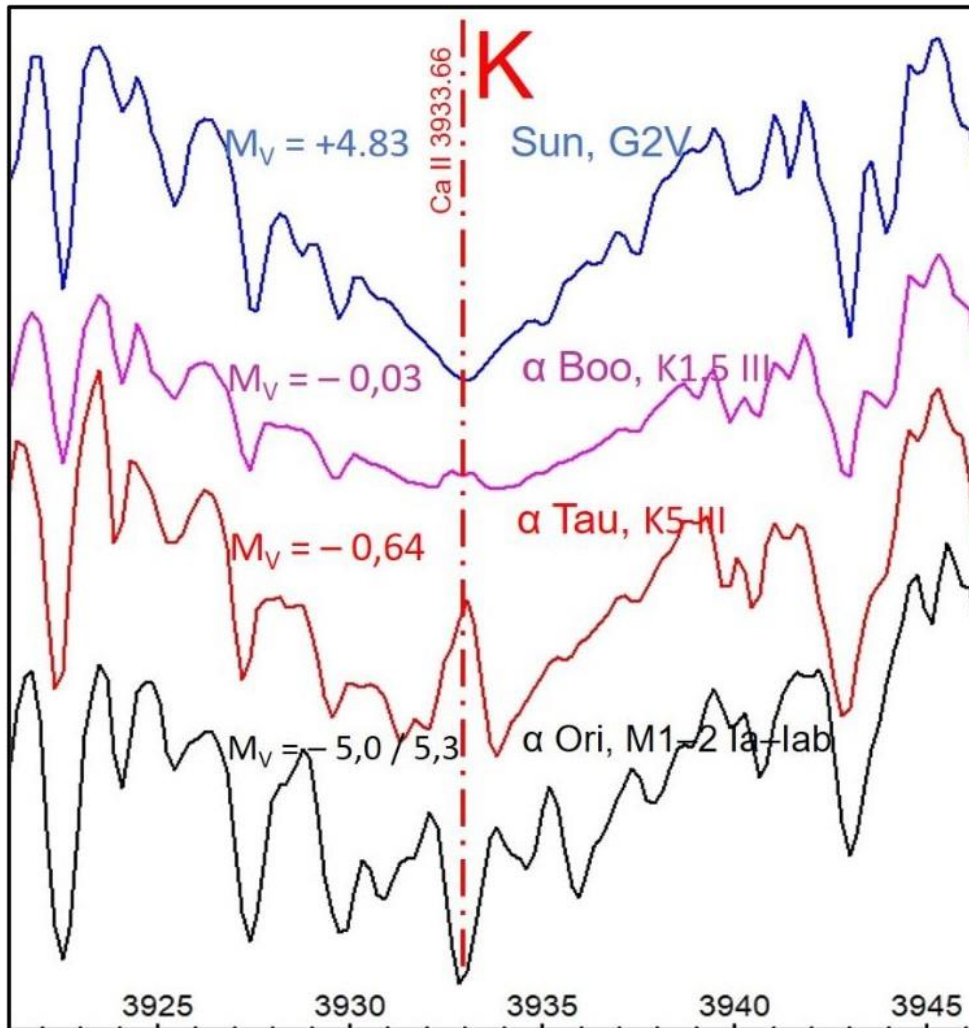


# Demonstration des Wilson–Bappu Effekts



Version 1.0

Richard Walker 04/2022

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung .....</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Historisches .....</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Entstehung und Bedeutung der zentralen Emissionspeaks .....</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Weiterentwicklung der WBR Methode .....</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Anwendungsbereich der WBR Methode .....</b>	<b>6</b>
<b>6</b>	<b>Demonstration der WBR Methode .....</b>	<b>6</b>
6.1	Erforderliche spektrale Auflösung .....	6
6.2	Mögliche Belichtungsproblematik .....	6
6.3	Auswahl der analysierten Sterne .....	6
6.4	Profilübersicht der H- und K- Linien.....	7
6.5	Intensität und Form der einzelnen Emissionen.....	7
6.6	Das Messen der Halbwertsbreite $FWHM_M$ .....	8
6.7	Mittlerer quadratischer Fehler der WBR Methode .....	9
<b>7</b>	<b>Auswertung.....</b>	<b>9</b>
<b>8</b>	<b>Erweiterung der WBR Methode auf die Oberflächenschwerkraft .....</b>	<b>9</b>
<b>9</b>	<b>Spektroskopische Leuchtkraftbestimmung bei frühen Spektralklassen.....</b>	<b>9</b>
<b>10</b>	<b>Literatur.....</b>	<b>10</b>

Titelbild: Zentrale Emissionen im Kern der Fraunhofer K-Absorptionen.

## 1 Einleitung

Fokussiert auf die praktische Astro-Spektroskopie wurde dieses Thema bereits im Buch *Spectroscopy for Amateur Astronomers...* [8] behandelt und soll hier noch ergänzt und vertieft werden. Das Ziel ist eine detailliertere Darstellung der Methode, sowie eine *rein qualitative* Demonstration des Wilson–Bappu Effektes, ohne wissenschaftlichen Anspruch.

## 2 Historisches

Bei Sternen der späten F- bis zur M-Klasse erscheinen in hochaufgelösten Spektren, im Zentrum der Fraunhofer H- und K-Linien (Ca II  $\lambda\lambda$  3968,5 und 3933,6 Å) schmale Doppel-peak-Emissionen. 1957 entdeckten der Amerikaner O.C. Wilson und der Inder M. K. Vainu Bappu einen Zusammenhang zwischen der Halbwertsbreite dieser Emissionen und der absoluten, visuellen Helligkeit des Sterns. Die daraus abgeleitete, empirische Methode konzentrierte sich dann bald auf die kurzwelligere K-Linie, weil die Emission bei der langwelligeren H-Absorption häufig durch andere Signaturen kontaminiert erscheint. Zudem entsteht die K-Linie, innerhalb der stellaren Chromosphäre, auf einem etwas höhergelegenen Level [5].

Abb. 1 zeigt aus dem Originalpaper von 1957 [1] einen kleinen Ausschnitt der ausgewerteten Spektren, welche von den Observatorien Mt. Palomar und Mt. Wilson fotografisch aufgezeichnet wurden. Die Sternbezeichnungen wurden hier nachträglich ergänzt.

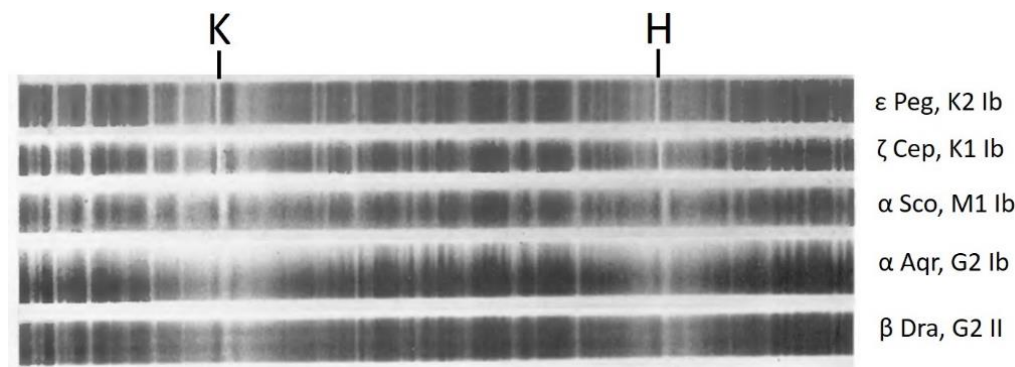


Fig. 1 Auszug aus den von Wilson und Bappu ausgewerteten Spektren [1]

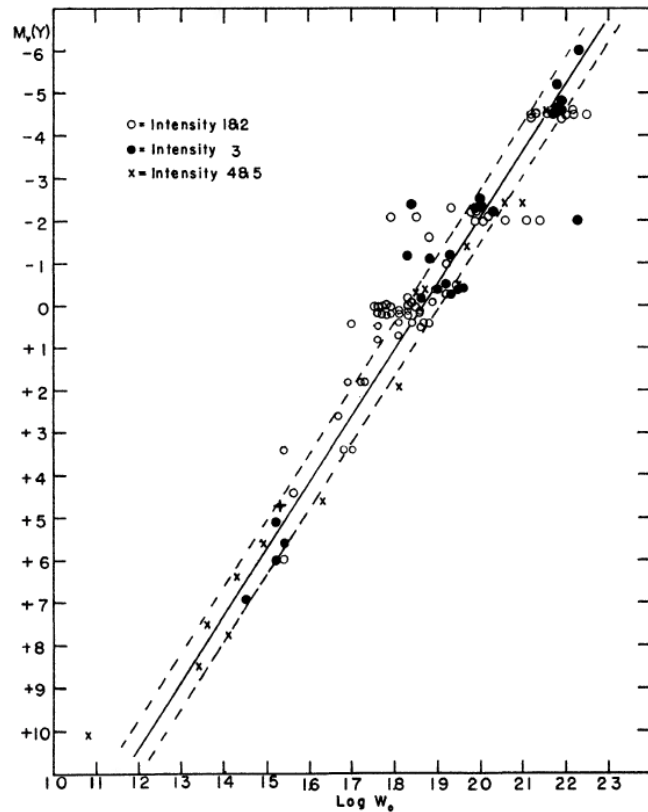
Die bescheidene Qualität dieser als Negativ reproduzierten, historischen Spektralaufnahmen, demonstriert eindrücklich den bis heute erfolgten, technologischen Fortschritt, von dem auch wir Amateure profitieren dürfen. So mussten damals die linienförmig erscheinenden, stellaren Spektren während der gesamten fotografischen Aufnahmezeit, durch permanentes Verschieben der Fotoplatte, verbreitert werden. Die Vermessung der Linien erfolgte mit speziellen, Mikroskop-ähnlichen Apparaturen. Hier als hellgraue Zonen schwach erkennbar, sind die breiten Absorptionssenken der H- und K- Linien, sowie die unterschiedliche Breite der zentralen Emissionen.

Wilson und Bappu untersuchten damals 185 Sterne der Spektralklassen G bis M. Rein empirisch ergab sich daraus der lineare Zusammenhang zwischen den absoluten, visuellen Leuchtkräften  $M_v$  und den dekadischen Logarithmen der gemessenen und von der Instrumentenverbreiterung bereinigten Halbwertsbreiten  $\log W_0$  (Abb. 2). Dieses Verhältnis wird in der Fachliteratur als "*Wilson–Bappu Relationship*" bezeichnet und mit "*WBR*" abgekürzt.

Anmerkung: Die WBR darf nicht mit dem bereits im 18. Jahrhundert von *Alexander Wilson* entdeckten *Wilson-Effekt* verwechselt werden, welcher die am Sonnenrand beobachtete Vertiefung in den Flecken erklärt.

Abb. 2 WBR: Empirischer, linearer Zusammenhang zwischen den visuellen Leuchtkräften  $M_V$  und den dekadischen Logarithmen  $\log W_0$ . Auszug aus dem Originalpaper von 1957 [1].

$$M_V \propto \log W_0$$



### 3 Entstehung und Bedeutung der zentralen Emissionspeaks

Die H- und K-Absorptionen des ionisierten Kalziums Ca II bilden innerhalb der Spektralklassen G – K die mit Abstand intensivsten Signaturen im visuellen Spektralbereich. Diese breiten Absorptionssenken, welche mit zahlreichen, schlanken Metalllinien überlagert sind, entstehen hauptsächlich in der stellaren Photosphäre.

Die zentralen, schmalen Doppelpeak-Emissionen werden jedoch in der darüber liegenden Chromosphäre generiert und entsprechend "chromosphärische" Linien genannt [5]. Deren Halbwertsbreiten erlauben Rückschlüsse auf die Geschwindigkeit des innerhalb dieser Schicht abgehenden Sternwindes. Diese Emissionen zeigen meistens ein asymmetrisches Doppelpeak-Profil mit dazwischenliegender Selbstabsorptionssenke, welche durch höher liegende, kühlere Gasschichten verursacht wird (Abb. 3, 4).

Neben der WBR existieren noch weitere Analysemöglichkeiten, welche z.B. die Asymmetrie des Doppelpeaks auswerten.

### 4 Weiterentwicklung der WBR Methode

Bis heute wurde zu dieser Methode ein eindrücklicher Forschungsaufwand betrieben [4], u.a. weil sich die WBR auch für die Distanzschätzung über das Entfernungsmodul [8] eignet. Das Verfahren wurde ständig verfeinert, sowie dem instrumentellen Fortschritt der CCD Spektren angepasst. Für die folgende Demonstration wird die Neukalibrierung der WBR durch G. Pace et al. [2] verwendet:

$$M_V = 33,2 - 18,0 \log W_0 \quad \{1\}$$

Die gemessene Halbwertsbreite  $FWHM_M$ , einer Linie mit der Wellenlänge  $\lambda$ , muss zuerst von der Instrumentenverbreiterung  $FWHM_{Instr}$  bereinigt werden. Den korrigierten Wert  $FWHM_{Korr}$  erhält man mit Formel {2} [8]:

$$FWHM_{Korr} = \sqrt{(FWHM_M)^2 - (FWHM_{Instr})^2} \quad \{2\}$$

$FWHM_{Instr}$  wird durch das Auflösungsvermögen  $R$  des Spektrografen bestimmt, das heisst die kleinstmögliche, gerade noch aufzulösende Breite  $\Delta\lambda$  einer spektralen Signatur bei der Wellenlänge  $\lambda$ . Falls der  $R$  Wert des Spektrografen bekannt ist lässt sich  $FWHM_{Instr}$  einfach mit Formel {4} berechnen [8].

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad \{3\} \quad FWHM_{Instr} = \frac{\lambda}{R} \quad \{4\}$$

Die resultierende  $FWHM_{Korr}$ , muss schliesslich noch in Dopplergeschwindigkeit [km/s] umgerechnet werden und wird dann mit  $W_0$  bezeichnet [8]:

$$W_0 = \frac{FWHM_{Korr}}{\lambda} \cdot c \quad [km/s] \quad \{5\}$$

## 5 Anwendungsbereich der WBR Methode

Die Anwendung der WBR beschränkt sich auf die späte F- bis M-Klasse. Exklusiv in diesem Bereich erscheint diese spektrale Signatur so, dass sie auch entsprechend ausgewertet werden kann.

Für die WBR stehen im UV-Bereich noch die Mg II h- und k-Linien zur Verfügung. Diese sind für Amateure unzugänglich und exklusiv Weltraumteleskopen vorbehalten.

## 6 Demonstration der WBR Methode

### 6.1 Erforderliche spektrale Auflösung

Damit diese Signatur überhaupt sichtbar wird muss die spektrale Auflösung  $R > 10'000$  betragen. Für die folgenden Experimente wurde der direkt gekoppelte SQUES Echelle Spektrograf, hier mit einer Auflösung von ca. 20'000 verwendet. Dazu wurde die variable Spaltbreite auf ca.  $50\mu m$  eingestellt und somit ein Kompromiss zwischen Auflösung und Belichtungszeit angestrebt. Mit vermutlich höherem Belichtungsaufwand könnte sich dazu auch der Lhires III Spektrograf mit dem 2400 L/mm Gitter eignen. Professionelle Untersuchungen mit der WBR erfolgen typischerweise mit Auflösungen von  $R \approx 60'000$ .

### 6.2 Mögliche Belichtungsproblematik

Speziell bei hochauflösenden Spektrografen können Herausforderungen bezüglich der Belichtung auftreten. Aufnahmen der H- und K- Linien werden erschwert durch den massiven Empfindlichkeitsabfall der aktuellen CCD Kameras im UV-Bereich. Zudem, je später die Spektralklasse, desto mehr verschiebt sich der Schwerpunkt des stellaren Strahlungsflusses in den Infrarotbereich.

### 6.3 Auswahl der analysierten Sterne

Zur rein qualitativen Darstellung dieses Effekts, wurden 4 Sterne mit stark unterschiedlichen Leuchtkraftklassen ausgewählt:

- Klasse V     Der Hauptreihenstern Sonne
- Klasse III     Arktur und Aldebaran auf dem Riesenast
- Klasse I     Der Überriese Beteigeuze.

Deren scheinbare Leuchtkraft erlaubt mit einem C8 Teleskop und in akzeptabler Qualität, die hochaufgelöste Aufzeichnung der H- und K-Linie. Spektroskopische Mehrfachsterne mit relativ grossen Nebenkomponenten müssen ausgeschlossen werden, da diese die

resultierende Leuchtkraft deutlich beeinflussen. Dazu gehört z.B. der Vierfachstern Capella ( $\alpha$  Aur) mit den zwei Hauptkomponenten der Klassen G5 III + G0 III. Die Spektralklassen und die scheinbaren visuellen Helligkeiten  $m_v$  stammen aus der Simbad Datenbank [7], die absoluten Helligkeiten  $M_v$  aus den entsprechenden Wikipedia Artikeln.

Stern	$m_v / M_v$	Spektralklasse	Bemerkungen
Sonne	-26,74 / 4,83	G2V	Zwergstern auf der Hauptreihe
$\alpha$ Boo / Arktur	-0,05 / -0,3	K1.5 III	Roter Riese
$\alpha$ Tau / Aldebaran	0,86 / -0,68	K5 III	Roter Riese, langzeitvariabel
$\alpha$ Ori / Beteigeuze	0,42 / -5,0 bis -5,3	M1-M2Ia-Iab	Roter Überriese, stark variabel

### 6.4 Profilübersicht der H- und K- Linien

Für die selektierten "Programmsterne" zeigt Abb. 3 eine Übersicht der Spektralprofile im Bereich der H- und K- Linien. Die Reihenfolge ist von oben nach unten, gemäss zunehmender absoluter Leuchtkraft sortiert. Sie beginnt oben mit der Sonne ( $M_v = +4,83$ ) und endet unten beim instabilen Beteigeuze ( $M_v \approx -5,0$  bis  $-5,3$ ).

Unabhängig von der Spektral- und Leuchtkraftklasse erscheinen hier sowohl die Breite und Neigung der Absorptionsflanken, als auch die darin eingebetteten Metalllinien, ziemlich ähnlich. Relevant ist jedoch die deutlich sichtbare, und von der WBR postulierte Intensitätszunahme der zentralen Emissionslinien.

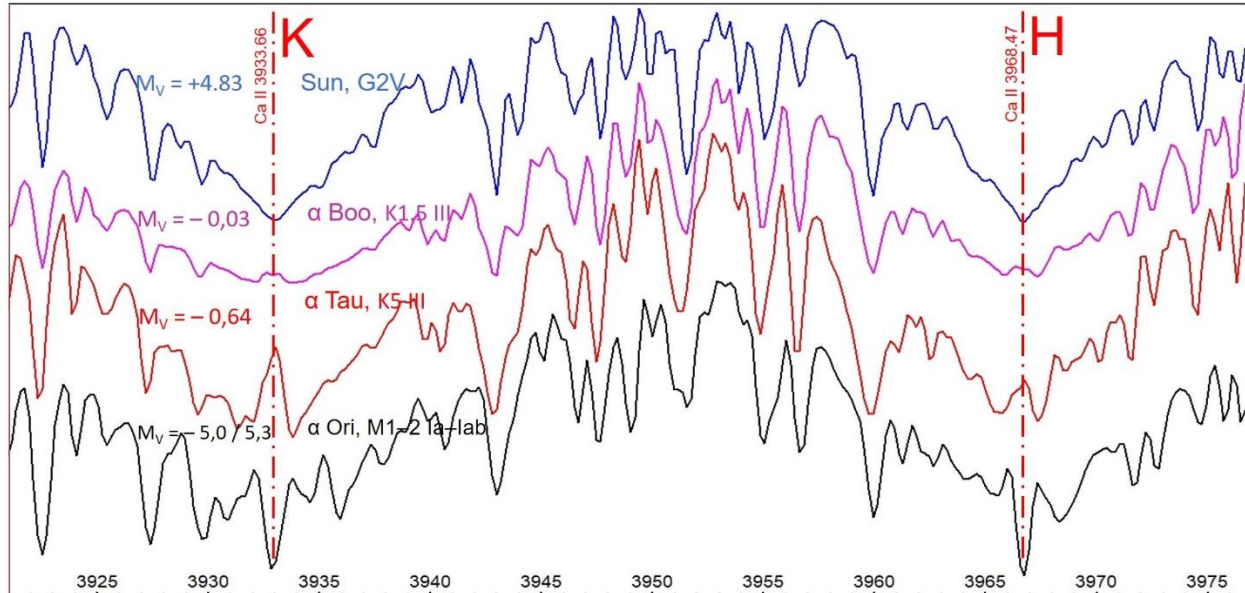


Abb. 3: Montage der Ca II H- und K-Linien für die Sonne, Arkturus, Aldebaran und Beteigeuze. Bei allen Profilen ist der Verlauf des Pseudokontinuums begradigt und die  $\lambda$ -Shift auf die Ruhewellenlänge  $\lambda_0$  korrigiert.

### 6.5 Intensität und Form der einzelnen Emissionen

An den stark gezoomten Liniendetails in Abb. 4 lässt sich folgendes erkennen:

Sonne: Bei der Sonne, als vergleichsweise leuchtschwacher Hauptreihenstern, ist hier keine Emission erkennbar, weil die spektrale Auflösung des Spektrografen zu gering ist.



Arktur ( $\alpha$  Boo): In der K-Absorption des Arkturus-Spektrums zeigt sich eine kleine, leicht asymmetrische Doppelpeak-Emission mit einer schwachen, zentralen Selbstabsorptions-senke zwischen K2b und K2r. Der kurzwellige Peak ist hier leicht intensiver.

Aldebaran ( $\alpha$  Tau): Entsprechend der höheren Leuchtkraft  $M_v$ , ist die Emission im Profil von Aldebaran wesentlich intensiver. Sie ist zudem stark asymmetrisch, d.h. der kurzwellige Peak erscheint deutlich schwächer. Dadurch wird die Selbstabsorptionssenke zwischen K2b und K2r stark gestreckt.

Beteigeuze ( $\alpha$  Ori): Der Überriese Beteigeuze zeigt hier eine intensive Selbstabsorption, flankiert von zwei schwachen Emissionspeaks K2b und K2r.

### 6.6 Das Messen der Halbwertsbreite $FWHM_M$

Die Messung von  $FWHM_M$  erfolgt hier gemäss dem Muster von G. Pace et al. [2]. Demnach liegen die Messmarken bei der blauen Flanke auf halber Intensitätshöhe zwischen K1b und K2b und entsprechend bei der roten- zwischen K1r und K2r. Details sind in Abb. 4 ersicht-lich.

Zur Messung der Wellenlängen wurde auf das Profil ein Raster mit einer Auflösung von  $0,1 \text{ \AA}$  projiziert. Bei starkem Zoom auf die auszuwertenden, zentralen Emissionen, erscheint der Profilverlauf zwangsläufig polygonal, entsprechend einer Dispersion von ca.  $0,2 \text{ \AA}/\text{Pixel}$  (Abb. 4 links). Der Verlauf des Polygons wurde hier näherungsweise zu einer Beziér Kurve geglättet mit der Powerpoint-Funktion "Punkt glätten" (Abb. 4 rechts).

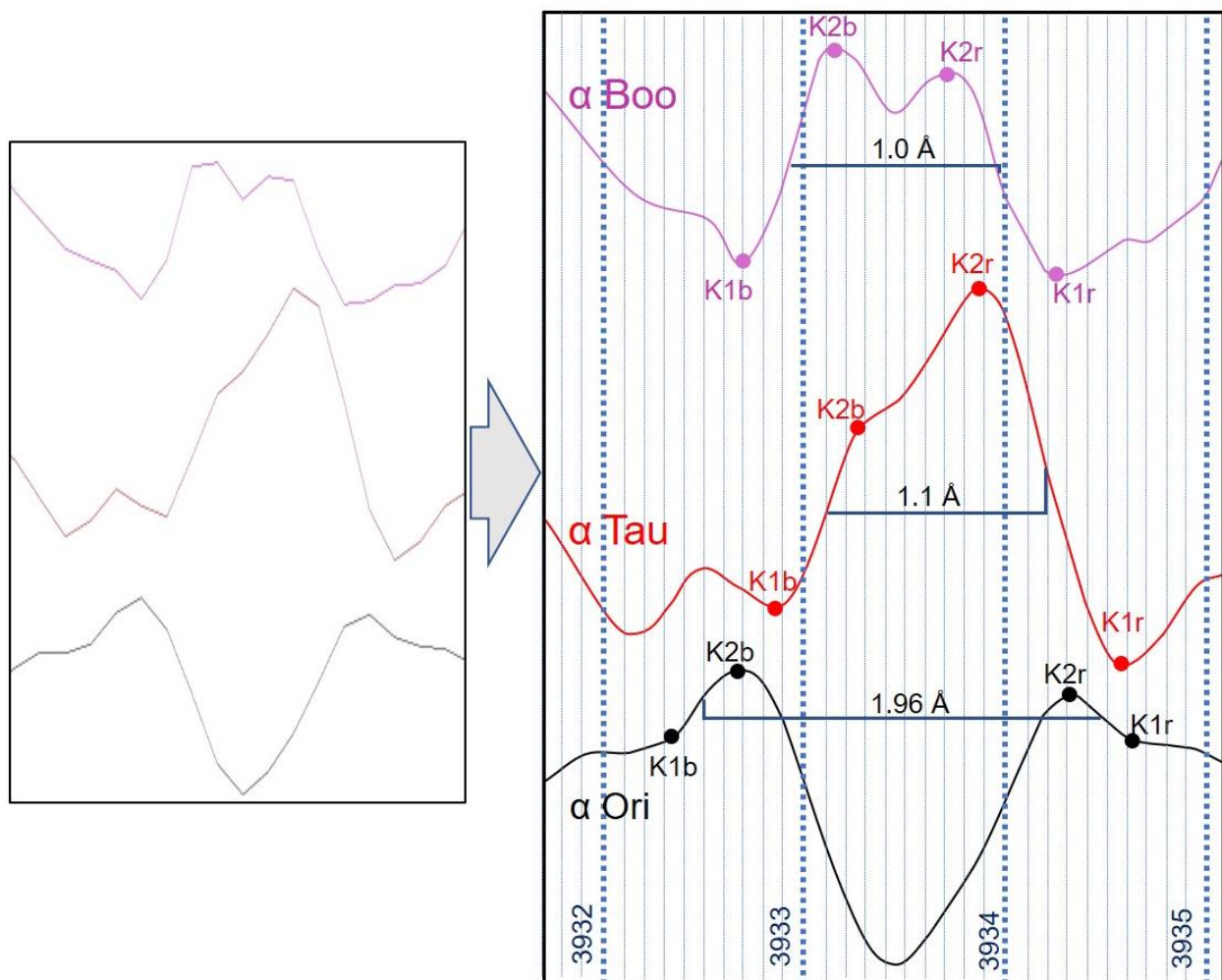


Abb. 4: Glättung des polygonalen Profilverlaufs und  $0.1 \text{ \AA}$  Raster zur Messung der Halbwertsbreiten

### 6.7 Mittlerer quadratischer Fehler der WBR Methode

Gemäss [2] wird der mittlere quadratische Fehler dieser Methode mit 0.6 Magnituden angegeben.

## 7 Auswertung

Mit den Profilen der Abb. 3 und 4 ist die grobe qualitative Demonstration der WBR bereits abgeschlossen. Hier folgt noch der grobe Versuch die Profile, mit den Formeln {1} bis {5} quantitativ auszuwerten. Die relativ niedrige Auflösung und der geringe Datenumfang erlauben jedoch keine seriöse Analyse. Die gerechneten Werte für  $M_V$  sind hier alle etwas höher als die publizierten. Mit zunehmender, absoluter Leuchtkraft wird zudem die Abweichung grösser.

Stern	FWHM <sub>M</sub> [Å]	FWHM <sub>Instr</sub> [Å]	FWHM <sub>Korr</sub> [Å]	W <sub>0</sub> [km/s]	M <sub>V</sub> WBR	M <sub>V</sub> publiziert	Differenz [Mag]
Sonne	FWHM <sub>M</sub> nicht messbar						
Arktur	1,0	0,2	0,98	75	-0,5	-0,3	0,2
Aldebaran	1,1	0,2	1,08	82	-1,2	-0,68	0,52
Beteigeuze	1.96	0,2	1,95	149	-5,9	-5,0/ -5,3	0,9 0,6

## 8 Erweiterung der WBR Methode auf die Oberflächenschwerkraft

2013 zeigten Sunkyung Park et al. [3], dass sich mit der Dopplergeschwindigkeit  $W_0$  der WBR Methode auch die Oberflächenschwerkraft  $\log g$  eines Sterns bestimmen lässt [8]. Dazu ist zusätzlich noch die Effektiv Temperatur  $T_{eff}$  [8] notwendig, welche sich aus der Spektralklasse abschätzen lässt [9]. Sie wird hier berechnet als dekadischer Logarithmus der Schwerkraft  $g$ , ausgedrückt in cgs Einheiten [ $\text{cm s}^{-2}$ ].

$$\log g = -5.85 \log W_0 + 9.97 \log T_{eff} - 23.48 \quad \{6\}$$

## 9 Spektroskopische Leuchtkraftbestimmung bei frühen Spektralklassen

Für die frühen Spektralklassen ist die WBR Methode nicht anwendbar. Gültig von B0 – A5 steht hier ergänzend die ebenfalls empirische Methode nach *Millward – Walker* zur Verfügung, die hier auf der Äquivalenzbreite EW der H $\gamma$ -Absorption basiert [6], [8].



## 10 Literatur

- [1] O.C. Wilson, M.K. Vainu Bappu: *H and K Emission in Late-Type Stars: Dependence of Line Width on Luminosity and Related Topics*, 1956  
<https://articles.adsabs.harvard.edu/pdf/1957ApJ...125..661W>
- [2] G. Pace et al. *The Wilson–Bappu Effect: a Tool to Determine Stellar Distances*. 2002, Università di Trieste, <https://arxiv.org/pdf/astro-ph/0301637.pdf>
- [3] Sunkyung Park et al. *Wilson-Bappu Effect: Extended to Surface Gravity*, 2013  
<https://arxiv.org/abs/1307.0592>
- [4] Inhalt des NASA/ADS (Astrophysics Data System) zum Wilson Bappu Effekt:  
[https://ui.adsabs.harvard.edu/search/p\\_0&q=wilson%20Bappu%201957&sort=date%20desc%2C%20bibcode%20desc](https://ui.adsabs.harvard.edu/search/p_0&q=wilson%20Bappu%201957&sort=date%20desc%2C%20bibcode%20desc)
- [5] J.P. Biorgen et al. *Three-Dimensional Modeling of the Ca II H and K lines in the Solar Atmosphere*, A&A 2018, <https://www.aanda.org/articles/aa/pdf/2018/03/aa31926-17.pdf>
- [6] G. A. Walker, Ch. G. Millward, *A Convincing Mv-W(Hy) Calibration for A and B Supergiants*  
[https://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle\\_query?1985ApJ...289..669W&defaultprint=YES&filetype=.pdf](https://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle_query?1985ApJ...289..669W&defaultprint=YES&filetype=.pdf)
- [7] SIMBAD *Astronomical Database, CDS (Strasbourg)*  
<https://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-fbasic>

### Autor:

- [8] M. F. M. Trypsteen, R. Walker: *Spectroscopy for Amateur Astronomers -Recording, Processing, Analysis and Interpretation*, 2017 Cambridge University Press, ISBN: 9781107166189
- [9] R. Walker: *Spectral Atlas for Amateur Astronomers -A Guide to the Spectra of Astronomical Objects and Terrestrial Light Sources*, 2017 Cambridge University Press, ISBN: 9781107165908

### Internet Dokumente des Autors

Diverse Dokumente zum Thema können von der Homepage des Autors heruntergeladen werden:  
<https://www.ursusmajor.ch/astropektroskopie/richard-walkers-page/index.html>